オペレーションズリサーチとゲーム理論 (3日目)

兵庫県立大学

円谷　友英

システムの状態を待ちで考える「指標」は？

【今日の例題～単純な場合】

- 1分間に一律20アクセスある　>>>到着
  - 一律0.05分間隔でアクセスがある
- サーバ1台

1. 処理時間は1アクセスあたり一律0.04分間　>>>サービス
   - 1分間に一律25アクセスを処理
2. 処理時間が0.02分間のアクセスと，0.06分間のアクセスとが交互にある　>>>サービス
   - 処理時間は1アクセスあたり平均0.04分
3. 処理時間が0.1分間のアクセスと，0.04分間のアクセスとが交互にある　>>>サービス
   - 処理時間は1アクセスあたり平均0.07分

ランダムな到着　&　ランダムなサービス

- ランダム，でたらめ・・・とは？
  - 定常性：到着のしかたは時間に依存しない　(どの時刻でも同じ)
  - 独立性：互いに影響を与えない　(残留効果がない)
  - 希少性：同時に2人到着する確率は無視できるくらい小さい

【今日の例題～少し現実的な場合】
- 1分間に平均20アクセスのランダムなアクセスがある　　>>>到着
  - 平均0.05分間隔でアクセスがある
- サーバ1台

4.　処理時間は1アクセスあたり一律0.04分間
5.　処理時間が0.02分間のアクセスと，0.06分間のアクセスとが交互にある

- どうなることが予測できる？

	到時	サービス	終了時刻	待ち時間	待ち人数
1	0.05	0.04	0.59	0	0
2	0.05	0.02＆0.06	0.61	0.005	0.5

シミュレーション
M/M/1(∞)

ポアソン到着
指数サービス
窓口1つ

指数分布に従うと仮定→指数乱数
(到着時間間隔)　平均0.05
(サービス時間)　平均0.04

【今日の例題～それらしい現況】
- 1分間に平均20アクセスのランダム到着
  - 平均0.05分間隔でアクセスがある
- サーバ1台

6.　処理時間は1アクセスあたり平均0.04分間のランダムサービス

客	到着間隔	サービス時間
1	0.021	0.031
2	0.010	0.041
3	0.068	0.041
4	0.001	0.010
5	0.240	0.007
6	0.016	0.109
7	0.010	0.061
8	0.002	0.068
9	0.163	0.016
10	0.027	0.051
11	0.082	0.013
12	0.043	0.005

どれくらい改善できるだろうか・・・？

次の一手を考える

【現況】

- 平均(1/20)分間隔でアクセスがある
  - 1分間に平均20アクセス
  - ポアソン到着
- サーバ1台
- 1アクセスあたり平均(1/25)分間で処理
  - 1分間に平均25アクセスを処理
  - 指数サービス

平均待ちアクセス数(Lq) 3.2アクセス
平均待ち時間(Wq) 0.16分
平均アクセス数(L) 4アクセス
平均滞留時間(W) 0.2分

【対策1】

7. サーバの処理速度を2倍にする

【対策2】

8. サーバを2台にする (直列)
   - 到着アクセスは空いているほうに割り当てる

【対策3】

9. サーバを2台にする (並列)
   - 到着アクセスは0.5でいずれかサーバに割り当てる

【対策4】処理方法を変更

3. 一律0.04分間かける
4. 処理時間が0.02分間と，0.06分間の交互

【現況】 M/M/1

- 1分間に平均20アクセスランダム到着
  - 1/λ=0.05 [分/ア]
- サーバ1台でランダムサービス
  - 1/μ=0.04 [分/ア]

【対策1】M/M/1

7. サーバの処理速度を2倍にする
   - 1/μ=0.02 [分/ア]

【対策2】M/M/2

8. サーバを2台にする (直列)
   - 到着アクセスは空いているほうに

【対策3】M/M/1 ×2

9. サーバを2台にする (並列)
   - 到着アクセスは確率0.5でいずれかに 1/λ=0.1[分/ア]

【対策4】M/D/1 (M/G/1)

4. 一律0.04分間かける c=0
5. 処理時間が0.02分間と，0.06分間の交互 c=0.02/0.04=1/2

M/M/1
システム(窓口)に客がいる確率(=利用率)$\rho = \lambda/\mu$
待っている客の平均数$Lq=\rho^2/(1-\rho)$
システムにいる客の平均数$L=\rho/(1-\rho)$
平均待ち時間$Wq= Lq/\lambda$
平均滞留時間$W= L/\lambda = Wq + 1/\mu$

M/M/2
システム(窓口)に客がいる確率(=利用率)$\rho = \lambda/2\mu$
待っている客の平均数$Lq=2\rho^3/(1-\rho^2)$
システムにいる客の平均数$L=2\rho/(1-\rho^2)$
平均待ち時間$Wq= Lq/\lambda$
平均滞留時間$W= L/\lambda$

『ポラチェク･ヒンチンの公式』
$Wq(M/G/s)= = (1+c^2)/2 * Wq(M/M/s)$
c=(標準偏差)/(平均)

今日の例題のまとめ

	到着 0.05分間隔	サービス 0.04分間	待ち		システム内	
			Wq[分]	Lq[アクセス]	W[分]	L[アクセス]
1.						
2.						
4.対策4						
5.対策4						
6.現況						
7.対策1						
8.対策2						
9.対策3						