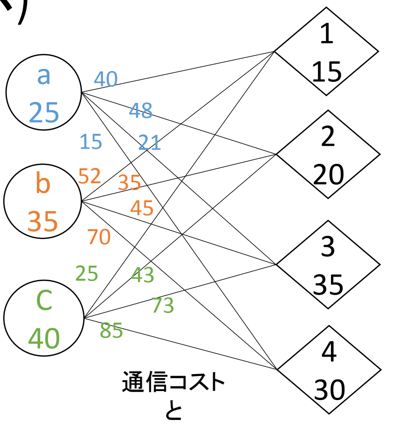
オペレーションズリサーチとゲーム理論　(2日目)

兵庫県立大学
円谷　友英

ネットワーク(1.安く目的地に運ぶ)

発信地(a, b, c)から，中継地(1,2,3,4)に，パケットを運ぶ

- 発信地の発信量と，中継地の取り扱い可能量
- 各発信地から各中継地への1パケットあたりの(広い意味での)コスト
- 効果的なパケット交換は？どこからどこへどれだけ運んでいくら？



通信コスト
と
送受信量

コスト	中継地1	中継地2	中継地3	中継地4	発信量
発信地a	40	48	21	15	25
発信地b	52	35	45	60	35
発信地c	25	43	70	85	40
受信量	15	20	35	30	

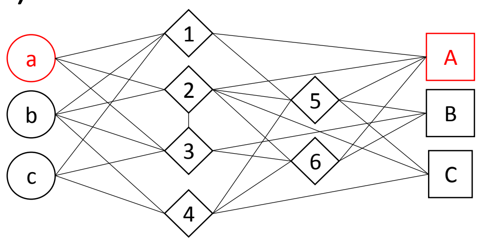
全部に道がなかったら？
中継地(ゴール)間に道があったら?
余りが出たら？

交換量	1		2		3		4		発信量
a	40		48		21		15		25
b	52		35		45		60		35
c	25		43		70		85		40
受信量	15		20		35		30		

交換量	1		2		3		4		発信量
a	40		48		21		15		25
b	52		35		45		60		35
c	25		43		70		85		40
受信量	15		20		35		30		

交換量	1		2		3		4		発信量
a	40		48		21		15		25
b	52		35		45		60		35
c	25		43		70		85		40
受信量	15		20		35		30		

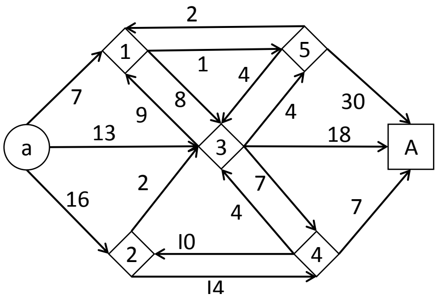
ネットワーク(2.早くたどりつく)



- aからAにどうやってたどり着くか？
  - 他を同時に考えるとややこしくなる
  - 新しく作る/メンテナンスする

- スタートaを出てから，ゴールAに早く到達したい
  - 経由地が多くても，回り道しても早い場合もある
  - 往復でかかる時間は異なる(矢印に向きがある)

ループがあるからいくらでも時間はかけられる

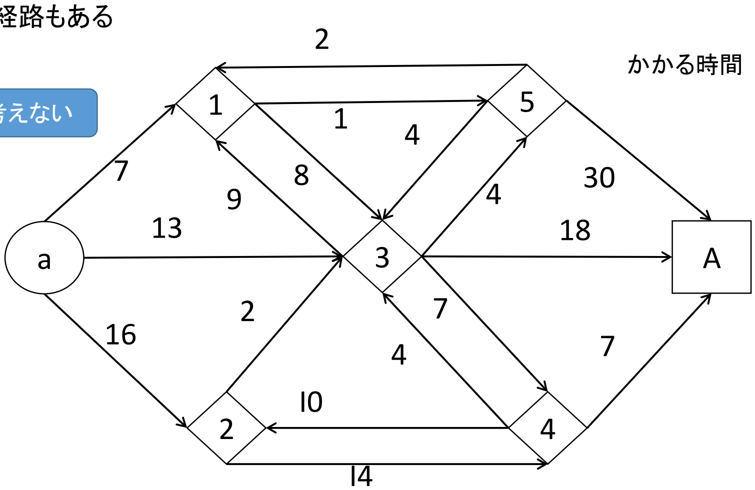


- 直感的に最適経路を見つけられそう
  - 30もかかる経路は選ばないだろう･･･
  - 乗り換え案内みたい

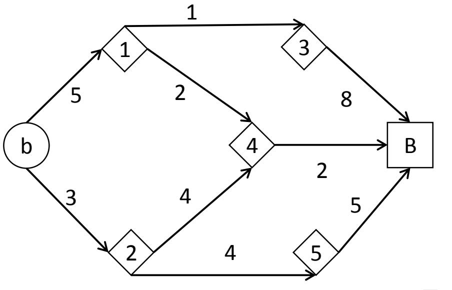
【手続き的な方法の考え方】 スタートから順番に一番早く到着する時刻を考えていく

- スタートにラベル0をつける
- すべてのラベルありノードとつながっているラベルなしノードについて，到着できる一番早い時間を求める
- ラベルなしノードのうち，最早到着時間が最小のものにその時間をラベルとしてつけて，経路をマークする
- すべのノードにラベルがつくまで続ける
  - ゴールまで到達できない経路もある

ラベルが着いた地点までのことは考えない



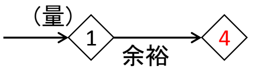
ネットワーク　(3.たくさん運ぶ)



運べる量

- 念のためも含めて，設計されたネットワークを使い始める
- スタートbからゴールBに送信できるパケットの量は？
    - (守)限界を知る
    - (守)ボトルネック＆余裕を把握する
    - (攻)占有する
- 【問題の整理】 経路の取り扱い可能量
- どの経路を通るか
- どれだけの量を通すか

- 【手続き的な方法の考え方】 スタートから順番に流せる量を考えていく
- 各地点に流れてくる量(=min{[余裕，[前の地点に流れてきた量] }を求める
- 各地点，どこから(元)どれだけ(量)流れてくるかを求める
- ゴールに到達する量と，そのときの(複数の)経路と余裕が分かる
- 手順を繰り返す
- ゴールまで到達できなくなったら終了



		余裕	どこから（量）	量	余裕	どこから（量）	量	余裕	どこから（量）	量	余裕	どこから（量）	量	余裕
b	b1	5												
	b2	3												
1	13	1												
	14	2												
2	24	4												
	25	4												
3	3B	8												
4	4B	2												
5	5B	5												
B														

ネットワーク
(4.必要な量を，許容範囲内で，安く流す　プラン)

$\min \sum_k \sum_i \sum_j c_{ij} x_{ij}^k$

$subject\ to$

$\sum_j x_{ij}^k \leq a_k, \forall i \leq k$

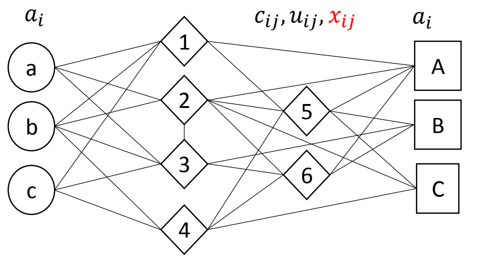
$\sum_i x_{ij}^k \geq a_k, \forall j > n-k$

$\sum_k \sum_i x_{ij}^k = \sum_k \sum_i x_{ji}, k < \forall i, j \leq n-k$

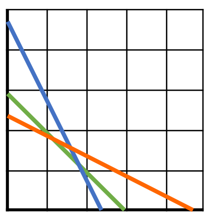
$x_{ij}^k \geq 0, \forall i, j$

$\sum_k x_{ij}^k \leq u_{ij}, \forall i, j$

x_{ij}^k : kについてiからjへの送信量
c_{ij} : iからjへの単位あたりコスト
a_k : kの発信量(スタート)＝受信量(ゴール)
u_{ij} : iからjの限度



変数・・・送(受)信量
目的関数・・・コストの最小化
制約条件・・・線の太さ(上限)，
送信量，受信量，受信したら発信



運びきれない
(運びたい量，運べる量から瞬時には判断できない)

ためしに
2パタンのコストを設定

経路	送信量	運べる量	コスト (73)	運ぶ量	コスト (73)	運ぶ量
a2	4	8	5	2	1	1
a4		4	7	2	3	3
b1	5	5	10	3	6	3
b2		3	8	2	9	2
13	中継	1	4	1	2	1
14		2	6	2	6	2
24		4	9	0	3	0
25		4	2	4	3	3
41		3	6	2	9	3
1A	4	4	3	2	3	3
5A		5	1	2	10	1
3B	5	8	6	1	7	1
4B		2	3	2	5	2
5B		5	3	2	6	2
総コスト			132		140	

確認！
限度を超えていないか？
中継地に滞留していないか？
発信量と受信量は釣り合っているか？